

Versuch 7 + 8

## Eichung und Linearisierung eines Hitzdrahtes

# Wirbelbildung am quer angeströmten Kreiszyylinder (Kármánsche Wirbelstraße)

Strömungsmechanisches Praktikum  
des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt  
Georg-August-Universität Göttingen

15. August 2008

*Praktikanten*     **Johannes Dörr**  
mail@johannesdoerr.de  
physik.johannesdoerr.de  
**Jan Schumann-Bischoff**  
jansb.stud@googlemail.com

*Durchführung*     am 11.08.2008

*Betreuer*     Andreas Lauterbach

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Geschwindigkeitsmessung mittels Prandtl-Sonde . . . . .	3
2.2	Geschwindigkeitsmessung mittels Hitzdraht . . . . .	4
2.3	Kennzahlen . . . . .	5
2.4	Kármánsche Wirbelstraße . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Eichung und Linearisierung eines Hitzdrahts (Versuch 7) . . . . .	6
3.1.1	Teil 1 . . . . .	6
3.1.2	Teil 2 . . . . .	6
3.2	Wirbelbildung am Kreiszyylinder (Versuch 8) . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Teil 1 - Kalibrierung des Windkanals . . . . .	7
4.2	Teil 2 - Kalibrierung des Hitzdrahts . . . . .	8
4.3	Teil 3 - Bestimmung der Wirbelablösefrequenzen . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>

# 1 Einleitung

Auf Grund des großen Zusammenhangs der Versuche Nr. 7 und Nr. 8 behandeln wir diese zweckmäßigerweise in einem einzigen Protokoll.

Der erste Versuch behandelt zwei verschiedene Messmethoden für Strömungsgeschwindigkeiten – die mit Hilfe einer Prandtl-Sonde sowie die mittels eines Hitzdrahts. Letzterer wird im zweiten Versuch verwendet, um die Ablösefrequenz von Wirbeln hinter einem quer angeströmten Zylinder zu messen.

## 2 Theorie

### 2.1 Geschwindigkeitsmessung mittels Prandtl-Sonde

Mit einer Prandtl-Sonde (Abb. 2.1) ist es möglich, die Druckdifferenz  $p_{\text{dyn}}$  (dynamischer Druck) zwischen dem statischen Druck  $p_{\infty}$  (gemessen an den in der Abbildung gezeigten Löchern oberhalb und unterhalb der Sonde) und dem Gesamtdruck  $p_0$  zu messen.  $p_{\infty}$  kann als der Druck im unendlichen angesehen werden, wenn die Sonde die Strömung praktisch nicht beeinflusst.  $p_{\text{dyn}}$  errechnet sich aus der Höhendifferenz der Wassersäule des U-Rohres

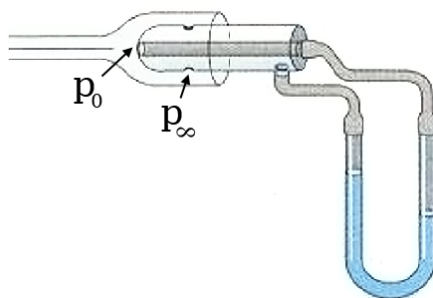


Abbildung 2.1: Prandtl-Sonde

(in dem von uns verwendeten Aufbau konnte  $p_{\text{dyn}}$  direkt an einem Betz-Manometer abgelesen werden). Im Folgenden soll gezeigt werden, wie man aus der Kenntnis des dynamischen Drucks die Anströmgeschwindigkeit bestimmen kann. Wir machen die Annahme, dass es sich bei der anströmenden Luft um ein inkompressibles Medium handelt und die Strömung stationär ist. Damit kann das System über die Bernoulli-Gleichung beschrieben werden. Demnach ist die Energiedichte am Staupunkt gleich der an den Löchern, also

$$\frac{u_{\infty}}{2} + \frac{p_{\infty}}{\rho} = \frac{u_0}{2} + \frac{p_0}{\rho} . \quad (2.1)$$

Da die Strömungsgeschwindigkeit am Staupunkt Null ist ( $u_0 = 0$ ) erhält man weiter

$$p_{\text{dyn}} = p_0 - p_{\infty} = \frac{\rho u_{\infty}^2}{2} .$$

Folglich ergibt sich für die Strömungsgeschwindigkeit der (annähernd) ungestörten Strömung

$$u_\infty = \sqrt{\frac{2p_{\text{dyn}}}{\rho}}. \quad (2.2)$$

## 2.2 Geschwindigkeitsmessung mittels Hitzdraht

Zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit der Luft verwenden wir einen Hitzdraht. Das Prinzip dabei ist, dass sich ein heißer Draht abkühlt, wenn er von Luft umströmt wird, und dies desto schneller passiert, je größer die Strömungsgeschwindigkeit ist. Hitzdrähte sind so dünn, dass sie praktisch keine Wärmekapazität besitzen und auch sehr schnelle Geschwindigkeitsänderungen feststellen können.

Die Messung der Temperatur des Hitzdrahts erfolgt über seinen Widerstand. Dieser steigt mit größer werdender Temperatur. Im verwendeten Versuchsaufbau ist der Hitzdraht in eine Wheatstonesche Brückenschaltung eingebaut (siehe Abbildung 2.2), die so konfiguriert wird, dass die Diagonalspannung verschwindet. Eine elektrische Schaltung erkennt dann Temperaturänderungen, da bei ihnen wieder eine Diagonalspannung entsteht, und regelt die Spannung  $U$  (Anemometerspannung) entsprechend nach. Auf diese Weise wird die Temperatur der Drahts konstant gehalten. Die Änderungen der Spannung mit der Zeit geben nun Aufschluss über die Geschwindigkeitsänderungen.

Neben der hier beschriebenen *Constant-Temperature Anemometry* gibt es auch die wesentlich einfachere *Constant-Current Anemometry*, bei der nicht die Temperatur sondern der Strom konstant gehalten wird. Mit der Spannung über dem Hitzdraht kann man dann auf die Geschwindigkeit schließen. Dieses Verfahren hat den Nachteil, dass hohe Frequenzen, also schnelle Geschwindigkeitsänderungen schlechter aufgezeichnet werden können. Da wir im Versuch die Wirbelfrequenz einer Strömung messen wollen, verwenden wir die erste Methode.

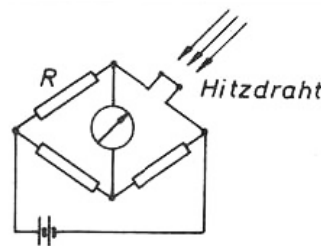


Abbildung 2.2: Hitzdraht in der Wheatstoneschen Brückenschaltung

Die Geschwindigkeit  $u$  erhalten wir aus der gemessenen Spannung  $U$  über das *verallgemeinerte Kingsche Gesetz*:

$$U^2 = A \cdot u^{\frac{1}{2}} + U_0^2, \quad (2.3)$$

wobei  $U_0$  die Spannung bei  $u = 0$  ist. Den Exponenten  $\frac{1}{2}$  werden wir später im Experiment überprüfen.

## 2.3 Kennzahlen

Kennzahlen werden in der Physik dimensionslose Größen genannt, welche einen Zustand oder einen Prozess charakterisieren. Wird ein Gegenstand (z.B. Flugzeug, Auto, ...) in einem i.A. kleineren Modell nachgebaut und umströmt, so weisen beide das gleiche Umströmungsverhalten auf, wenn alle Kennzahlen übereinstimmen. Insbesondere müssen sie damit auch geometrisch ähnlich sein. Die wichtigste dieser Kennzahlen ist die Reynoldszahl  $Re$ . Sie ist gegeben durch

$$Re = \frac{u_\infty L}{\nu} \quad (2.4)$$

und beschreibt das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften ( $L$  ist eine charakteristische Länge des System,  $\nu$  ist die kinematische Viskosität). Eine weitere für diesen Versuch relevante dimensionslose Kennzahl ist die Strouhal-Zahl

$$St = \frac{f \cdot L}{u_\infty} . \quad (2.5)$$

$f$  ist dabei eine charakteristische Frequenz (in unserem Fall die Ablösefrequenz von Wirbeln). Der funktionale Zusammenhang zwischen der Reynoldszahl und der Strouhalzahl ist in Abb. 2.3 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass für  $500 < Re < 50000$  in etwa  $St = 0.2$

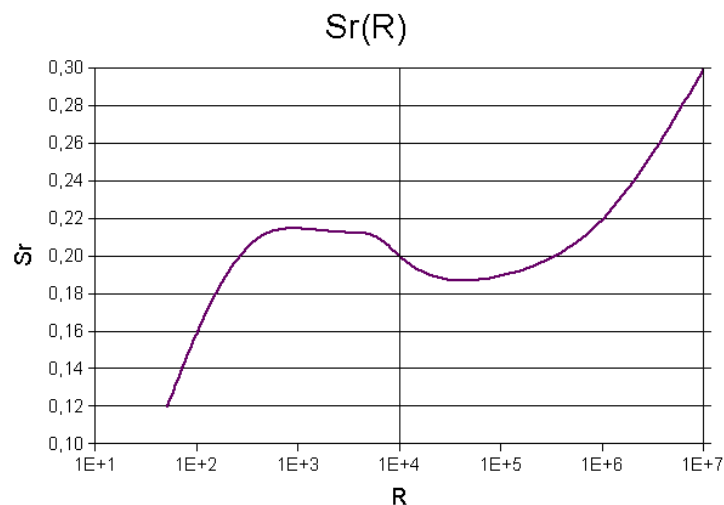


Abbildung 2.3: Zusammenhang zwischen der Reynolds- und der Strouhalzahl

gilt.

## 2.4 Kármánsche Wirbelstraße

Bilden sich hinter einem Objekt gegenläufige Wirbel aus, so bezeichnet man diese als *Kármánsche Wirbelstraße*. In diesem Versuch betrachten wir einen Zylinder, der quer angeströmt wird (siehe Abbildung 2.4).

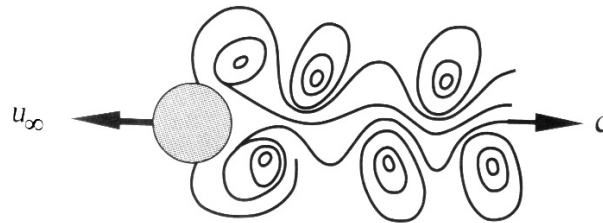


Abbildung 2.4: Karmansche Wirbelstraße hinter einem Zylinder

Bei kleinen Geschwindigkeiten und kleinen Reynoldszahlen ( $<2300$ ) wird der Körper laminar umströmt. Bei größeren Geschwindigkeiten bilden sich hinter dem Körper Wirbel aus, die sich bei noch höheren Geschwindigkeiten periodisch ablösen. Die Wirbel entstehen abwechselnd links und rechts vom Objekt und haben einen entgegengesetzten Drehsinn. Durch die Reibung werden die Wirbel immer schwächer, je weiter sie sich vom Körper entfernt haben.

Die *Wirbelablösefrequenz* lässt sich aus der Strouhalzahl errechnen, soweit noch die weiteren Größen in (2.5) des Systems bekannt sind.

## 3 Durchführung

### 3.1 Eichung und Linearisierung eines Hitzdrahts (Versuch 7)

#### 3.1.1 Teil 1

Um später im Windkanal eine bestimmte Strömungsgeschwindigkeit vorgeben zu können, bestimmen wir im ersten Teil ihre Abhängigkeit von der Motordrehzahl. Dazu werden verschiedene Drehzahlen zwischen 0Hz und 5000Hz (maximale Drehzahl) eingestellt und der dynamische Druck mit Hilfe der Prandtl-Sonde gemessen, aus der dann die Geschwindigkeit berechnet werden kann.

#### 3.1.2 Teil 2

Zunächst wird der Kaltwiderstand des Hitzdrahtes bestimmt. Dann wird dieser an die Stelle der Prandtl-Sonde montiert. Dann wird die Anemometerspannung für verschiedene Drehzahlen ermittelt, wieder im Bereich zwischen 0Hz und 5000Hz, wobei am Anfang recht fein gemessen werden sollte, während die Abstände bei höheren Frequenzen größer gewählt werden können, denn die Kurve flacht dort ab.

### 3.2 Wirbelbildung am Kreiszyylinder (Versuch 8)

Mehrere Kreiszyylinder (Stangen bzw. Rohre) werden in dem Windkanal angebracht. Mit Hilfe des Hitzdrahts wird die Wirbelablösefrequenz für verschiedene Motordrehzahlen bestimmt.

## 4 Auswertung

### 4.1 Teil 1 - Kalibrierung des Windkanals

Wir haben den dynamischen Druck  $p_{\text{dyn}}$  an der Prandtl-Sonde in Abhängigkeit von der Motordrehzahl  $n$  [1/s] gemessen. Nach (2.2) lässt sich aus  $p_{\text{dyn}}$  die Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  errechnen. Die Dichte der Luft ist unter Normalbedingungen gegeben durch  $\rho = 1.293\text{kg/m}^3$ . In Abb. 4.1.1 ist der gemessene Zusammenhang von  $n$  und  $u_\infty$  dargestellt.

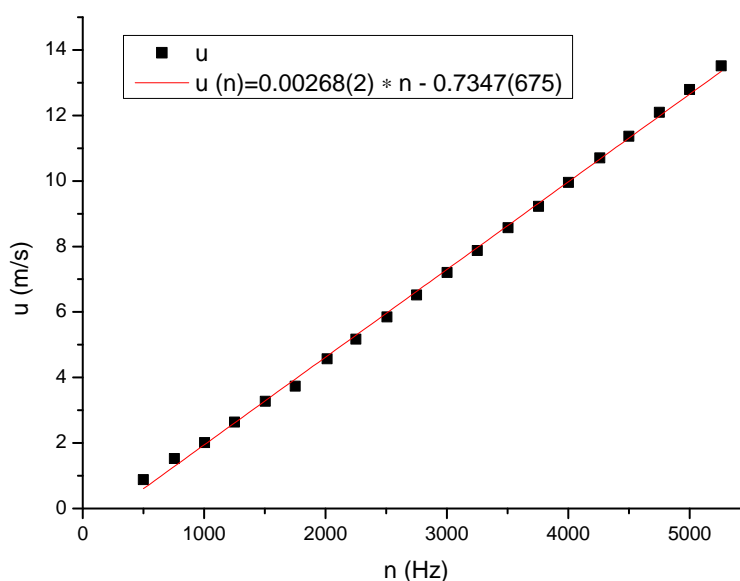


Abbildung 4.1.1: Zusammenhang zwischen Motordrehzahl  $n$  und der Anströmgeschwindigkeit  $v_\infty$

Für  $n > 500/\text{s}$  ist ein linearer Zusammenhang zu erkennen, welcher durch

$$v_\infty(n) = 0.00268(2)\text{m} \cdot n - 0.7347(657)\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.1)$$

gegeben ist. Für  $n < 500/\text{s}$  ist der Zusammenhang offensichtlich nicht mehr linear, was den Gültigkeitsbereich von (4.1) auf  $n > 500/\text{s}$  einschränkt. Dies könnte daran liegen, dass die Prandtl-Sonde nur für größere Anströmgeschwindigkeiten zuverlässige Werte für  $p_{\text{dyn}}$  liefert. Für zu kleine Werte scheint die Sonde das Strömungsverhalten zu stark zu beeinflussen, sodass der an den Löchern gemessene Druck nicht mit  $p_\infty$  übereinstimmt.

## 4.2 Teil 2 - Kalibrierung des Hitzdrahts

Wir bestimmen den Kaltwiderstand des Hitzdrahts zu

$$R_k = 5.27\Omega .$$

Über die Beziehung  $R_w = R_k \cdot (1 + \alpha\Delta T)$  berechnen wir mit dem Temperaturkoeffizient  $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$  den Warmwiderstand bei der Temperaturdifferenz  $\Delta T = 175K$  zu

$$R_w = 8.959\Omega .$$

Das Überhitzungsverhältnis ergibt sich damit zu:

$$\frac{R_w}{R_k} = 1.7 .$$

Nach Konfiguration der Wheatstoneschen Brückenschaltung mit dem Warmwiderstand hält diese die Temperatur des Hitzdrahts konstant, indem sie bei Änderungen des Drahtwiderstands die Spannung nachregelt.

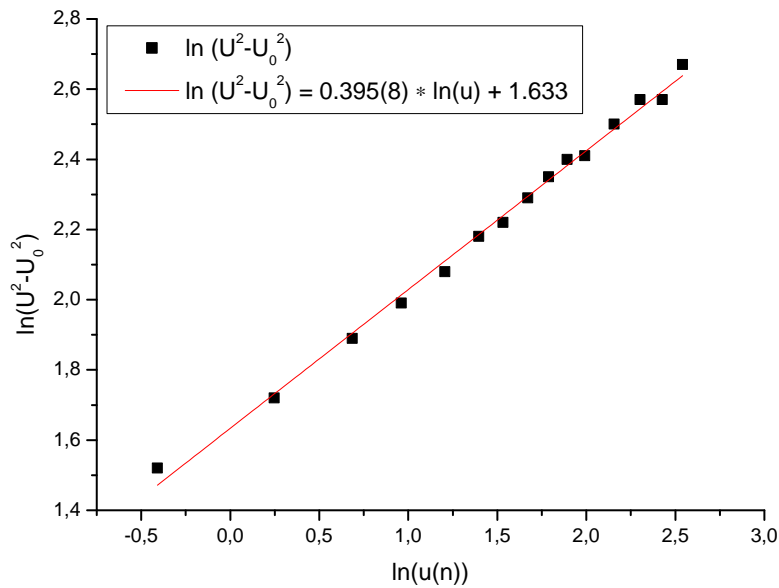


Abbildung 4.2.1:  $\ln(U^2 - U_0^2)$  in Abhängigkeit von  $\ln(u_\infty)$

Wir haben die Anemometerspannung  $U(n)$  in Abhängigkeit von der Motordrehzahl  $n$  gemessen. Um den Hitzdraht bei  $u_\infty = 0$  auf der konstanten Temperatur  $\Delta T = 175K$  über Raumtemperatur zu halten, ist die Anemometerspannung  $U_0 = 2.5V$ . Nach dem Kingschen

Gesetz (2.3) ist

$$\begin{aligned} U^2 - U_0^2 &= A \cdot u_\infty^{\frac{1}{n}} \\ \Rightarrow \ln(U^2 - U_0^2) &= \frac{1}{n} \cdot \ln u_\infty + \ln A \end{aligned} \quad (4.2)$$

In Abb. 4.2.1 ist  $\ln(U^2 - U_0^2)$  über  $u_\infty(n)$  aufgetragen.  $u_\infty(n)$  berechnet sich nach (4.1) aus der gemessenen Drehzahl  $n$ .

Der in (4.2) beschriebene lineare Zusammenhang mit der Steigung  $\frac{1}{n} = 0.395(8)$  ist wiederzuerkennen. Wir erhalten daraus

$$n = 2.53 .$$

Der Literaturwert ist  $n_{\text{lit}} = 2$ . Dies bedeutet eine Abweichung von 25%.

### 4.3 Teil 3 - Bestimmung der Wirbelablösefrequenzen

In diesem Versuchsteil haben wir 5 Kreiszyylinder umströmt und mittels Hitzdraht die Wirbelablösefrequenz  $f$  in Abhängigkeit vom Zylinderdurchmesser  $d$  und der Motordrehzahl  $n$  gemessen. Mit (4.1) wird aus  $n$  die Anströmgeschwindigkeit errechnet. Die Frequenz der Anemometerspannung (von uns gemessen) entspricht dabei der Wirbelablösefrequenz. Die Strouhalzahl ist nach (2.5) gegeben durch  $St = \frac{f \cdot d}{u_\infty}$ . Die Reynoldszahl ist nach (2.4)  $Re = \frac{u \cdot d}{\nu}$ . Die kinematische Viskosität von Wasser ist in etwa gegeben durch  $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ . Trägt man die berechnete Strouhalzahl über die Reynoldszahl auf (siehe Abb. 4.3.1), so ist zu erkennen, dass diese für alle Durchmesser  $d$  etwa bei 0.2 liegt. Für jedes  $d$  ist der Mittelwert von  $St$  in der folgenden Tabelle dargestellt.

Durchmesser [mm]	mittl. Strouhalzahl $\overline{St}$
2.1	0.22
2.5	0.21
5.0	0.21
7.0	0.21

Nach Abb. 2.3 gilt in einem Reynoldszahlenbereich von etwa 800 bis 8000 für die Strouhalzahl  $St \approx 0.21$ . Diese Vorhersage wird durch unsere Messung gut bestätigt.

Tragen wir die dimensionslose Frequenz  $F = \frac{d^2 \cdot f}{\nu}$  über der Reynoldszahl auf (Abb. 4.3.2), so ist eine Ursprungsgerade zu erkennen. Wir wissen, dass per Definition von  $St$  und  $Re$

$$F = St \cdot Re$$

gilt. Wegen  $St \approx 0.21 = \text{const}$  ist somit  $F$  eine lineare Funktion von  $Re$ , was durch die Graphen sehr gut bestätigt wird.

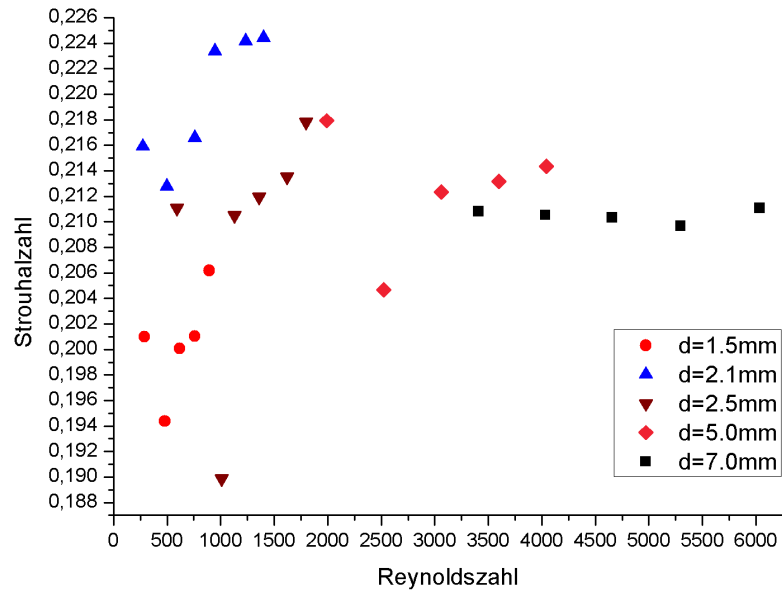


Abbildung 4.3.1: Strouhalzahl in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

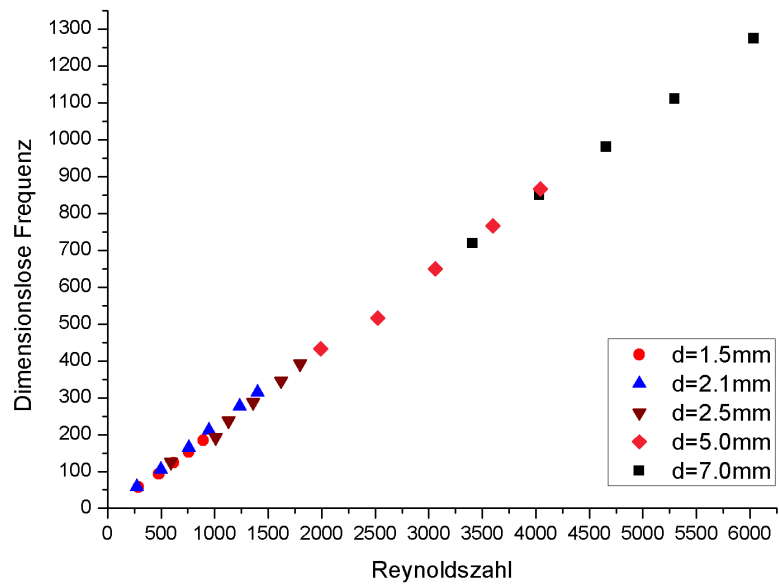


Abbildung 4.3.2: Dimensionslose Frequenz in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

## 5 Diskussion

Mit den Ergebnissen des Versuchs sind wir zufrieden. Im ersten Versuchsteil hat sich gezeigt, dass die Prandtl-Sonde nur bei höheren Geschwindigkeiten zuverlässige Werte liefert.

Den Exponenten im Kingschen Gesetz konnten wir leider nur mit einer Abweichung von 25% vom Literaturwert bestimmen – dennoch ist der erwartete Verlauf einer Wurzelfunktion zu erkennen (im Protokoll haben wir es jedoch bei der Darstellung der logarithmischen Auftragung belassen).

Im letzten Teil ergibt sich eine Strouhalzahl, die wie erwartet im Bereich von 0.2 liegt.