



Versuch 5

Kapillarität und Viskosität

Name:	Johannes Dörr Oliver Schönborn	Gruppe:	3
		Datum:	15.05.2006
Assistent:	Matthias Stein	testiert:	

1 Einleitung

Die inneren Reibungen von Flüssigkeiten und die in Flüssigkeiten wirkenden Kräfte führen zu Phänomenen, die uns unter anderem in der Natur sehr oft begegnen. Zum Ersten die Kapillarität, als Folge von Intermolekularen Kräften innerhalb einer Flüssigkeit, ist zum Beispiel dafür verantwortlich, dass das Wasser in einer Pflanze durch die dünnen Kapillaren der Leitbündel bis an die oberen Blätter gelangt. Auch ist Kapillarität verantwortlich für das eher unangenehme Verhalten von Flüssigkeiten, an und in Häuserwänden hochzusteigen. Die Viskosität ist ein Maß für die innere Reibung einer Flüssigkeit und auch diese beeinflusst uns im alltäglichen Leben. Zum Beispiel ist sie ein wichtiges Kriterium bei der Auswahl eines Motoröls. Schaut man sich die Fenster jahrhundertealter Kirchen an, so geben sie Aufschluss darüber, dass es sich bei Glas um nichts anderes als eine sehr zähe Flüssigkeit handelt (hohe Viskosität). Im Versuch beschäftigen wir uns mit beiden Größen und behandeln Verfahren, mit deren Hilfe beide sich recht einfach berechnen lassen.

2 Theorie

2.1 Oberflächenspannung

Ein Wasserläufer, der auf der Oberfläche des Wassers läuft, macht sich einen Effekt von Flüssigkeiten zunutze, der aus den Anziehungskräften von Molekülen resultiert. Inmitten einer Flüssigkeit wird ein Molekül von seinen Nachbarn allseitig angezogen, da diese Anziehungskräfte in homogenen Flüssigkeiten jedoch von allen Seiten

gleich stark ist, ist die Gesamtkraft gleich Null. Betrachtet man nun ein Molekül, das nahe an der Oberfläche liegt, so werden die Kräfte einseitig, d.h. sie fallen an einer Seite weg und es resultiert eine zur Flüssigkeit hin gerichtete Kraft. Dies führt dazu dass die Oberfläche der Flüssigkeit sich wie eine elastische Folie verhält und einen Zustand minimaler Energie anstrebt. Mathematisch gesehen ist die Oberflächenspannung σ die Ableitung der freien Enthalpie G nach der Fläche A bei konstanter Temperatur T und bei konstantem Druck p :

$$\sigma = \left(\frac{\delta G}{\delta A} \right)_{T,p}. \quad (1)$$

Die Freie Enthalpie hat die Dimension einer Energie. Somit hat σ die Dimension einer Energie/Fläche (SI-Einheit: $J/m^2 = N/m$). σ heißt *spezifische Oberflächenenergie* und ist proportional zur Oberfläche.

$$E_{Ob} = \sigma A. \quad (2)$$

A: die betrachtete Oberfläche, σ : die spezifische Oberflächenspannung (Materialkonstante, abhängig vom Medium)

Wie bereits erwähnt, liegt der Grund für diesen Effekt in den Intermolekularen Flüssigkeiten. Drei von ihnen werden im Folgenden erklärt.

2.1.1 Dipol-Dipol-Wechselwirkung

Die Dipol-Dipol-Wechselwirkungen sind ein Resultat aus den Intramolekularen Kräften. Die unterschiedliche Radionegativität der einzelnen Atome innerhalb des Moleküls führen zu Partiaalladungen und zu Ladungszentren innerhalb des Moleküls. Liegen diese Ladungszentren durch die Geometrie des Moleküls nicht aufeinander, wie zum Beispiel im Methan (CH_4), so handelt sich bei dem Molekül um ein Polares Molekül. (Oft einfach Dipol-Molekül genannt). Auch am Wasser lässt sich die Polarität sehr gut erkennen. Das Positive Ladungszentrum liegt zwischen den beiden H-Atomen, das Sauerstoffatom hat eine höhere negativität und zieht deshalb die Elektronen der Verbindung an sich, das negative Ladungszentrum liegt direkt beim O-Atom. Kommen nun viele der Moleküle zusammen, so lagern sich die partial positiv geladenen H-Atome an das negative Ladungszentrum eines anderen Moleküls und so entsteht ein Gitter, dass man auch "Cluster" nennt. Je stärker die Partiaalladungen innerhalb eines Moleküls sind, desto stärker sind auch die Intermolekularen Dipol-Dipol-Kräfte. Gerade im Wasser sind diese Kräfte sehr stark, da die Elektronegativitätsdifferenz zwischen Sauerstoff und Wasserstoff recht groß ist.

2.1.2 Van-der-Waals-Wechselwirkungen

In Molekülen, deren Ladungszentren aufeinanderliegen, die also kein permanentes Dipolmoment besitzen, treten Van-der-Waals-, oder genauer, London'sche Dispersionskräfte auf. Obwohl es sich um unpolare Moleküle handelt, beruhen diese Kräfte auf Dipolmomenten. Dies lässt sich folgendermaßen erklären: Da die Elektronen innerhalb eines Moleküls nicht fixiert sind, entstehen durch Verteilungsschwankungen temporäre Dipolmomente. Man nennt solche Dipolmomente induzierte Dipole. Ein Molekül mit einem bestimmten induzierten Dipolmoment, influenziert im Nachbarmolekül ein entgegengesetztes Dipolmoment, dieses wiederum influenziert beim nächsten Molekül wieder ein antiparalleles Moment. Auf diese Weise schwanken die Ladungen hin und her und die Moleküle stehen in ständiger Wechselwirkung obwohl die zeitliche Änderung der Ladungsverteilung theoretisch gleich null ist. Dadurch, dass die induzierten Dipole nur eine kurze Lebenserwartung haben, sind die London'schen Dispersionskräfte auch um einiges schwächer als die tatsächlichen Dipol-Dipol-Bindungen, die auf permanenten Dipolmomenten beruhen.

2.1.3 Wasserstoffbrückenbindungen

Die Wasserstoffbrückenbindung ist eine tautomere Fluktuation zwischen Grenzstrukturen. Sie beruht auf der schwachen Elektronegativität des Wasserstoffatoms. Die Elektronegativität eines Atoms ist ein Maß für die Fähigkeit, innerhalb einer Bindung die Elektronen des Bindungspartners anzuziehen. Da Wasserstoff eine sehr geringe Elektronegativität hat (man bezeichnet einen solchen Stoff als elektropositiv), ist ein H-Atom in fast jeder Verbindung partiell positiv geladen. Ähnlich wie bei Elektronen, können auch Protonen ausgetauscht oder aufgeteilt werden, wenn es einen Protonenakzeptor gibt. Hierfür kommen natürlich nur Atome mit hoher Elektronegativität in Frage, da diese sich in Bindungen stark partiell negativ laden und somit zu Protonenakzeptoren werden können (gute Beispiele sind Sauerstoff und Stickstoff). Treffen nun Protonendonator und Protonenakzeptor aufeinander, so kommt es zur tautomeren Grenzstruktur, in denen das Proton keinem von beiden Parteien wirklich zugordnet werden kann, es fluktuiert sozusagen hin und her, da nun beide Parteien es gleichermaßen stark anziehen. Die resultierende Kraft hat von ihrer Stärke her den Charakter einer Ionenbindung. In der Natur finden wir Wasserstoffbrückenbindungen in den meisten Makromolekülen, zum Beispiel in der Superhelix der DNA oder in den Sekundärstrukturen jedes Proteins, aber auch in Festkörpern und Flüssigkeiten bilden sie sich aus und sorgen für starke intermolekulare Verbindungen.

Der Blick auf diese intermolekularen Kräfte erlaubt eine sofortige Stellungnahme zu den im Versuch verwendeten Flüssigkeiten. Es ist klar zu erkennen, dass das Wasser die stärksten intermolekularen Kräfte aufweist, da es durch seine Struktur dem stärksten Dipolmoment unterworfen ist. Wasserstoffbrückenbindungen, Dipol-dipol-Wechselwirkungen und letztendlich auch die eher schwächeren London'schen Dispersionskräfte tauchen hier als Folge davon auf. Da wir nun schon wissen, dass die Oberflächenspannung direkt mit diesen Kräften zusammenhängt, lässt sich nun schon sagen, dass das Wasser zweifelsfrei die stärkste spezifische Oberflächenenergie mit sich bringt. Der Alkohol thront an zweiter Stelle, seine Ladungszentren sind für nucleophile Angriffe schwerer zugänglich, die Hydroxylgruppen jedoch bieten immernoch Raum für Ladungsverschiebung und Polarität innerhalb des Moleküls. An letzter Stelle plaziert ist die Alkanverbindung. In diesem Molekül treten nur geringe Kräfte auf, die Oberflächenspannung wird hier also am geringsten sein.

2.2 Kohäsion und Adhäsion

2.2.1 Kohäsion

Als Kohäsion (von lat. cohaerere - zusammenhängen) bezeichnet man die Zusammenhanskräfte zwischen den Molekülen oder Atomen eines Stoffes, also gleichartigen Molekülen. Kohäsion ist die Summe der folgenden Wechselwirkungen innerhalb einer Flüssigkeit oder eines Feststoffes:

- die mechanische Verschlaufung fadenförmiger Makromoleküle oder Verfilzung faserförmiger Stoffe;
- die chemischen Bindungen innerhalb von Molekülen;
- die Anziehung benachbarter Atome oder Moleküle durch Ionenbindung, Metallbindung, Komplexbindung und zwischenmolekulare Kräfte (van-der-Waals-Wechselwirkung, Dispersionswechselwirkung, Wasserstoffbrückenbindung).

Somit wird auch das Fließverhalten einer Flüssigkeit oder allgemein der Aggregatzustand eines Stoffes von den in ihm auftretenden Kohäsionskräften bestimmt.

2.2.2 Adhäsion

Unter Adhäsion versteht man die Kräfte, die zwischen zwei verschiedenen Arten von Molekülen wirken. Adhäsion wird auch Anhangkraft gemacht und beschreibt damit die Zusammenhanskraft unterschiedlicher Stoffe, sogar das Haften zweier Stoffe oder Körper aneinander, sowie die Benetzung von Stoffen durch Flüssigkeiten. Bei dieser unterscheidet man zwei Fälle. Ist die Adhäsion zwischen einer Flüssigkeit und einem Feststoff größer

als die Kohäsion innerhalb der Flüssigkeit, kommt es zu einer Benetzung des Feststoffes, die Flüssigkeit breitet sich also über die Fläche aus, dies ist zum Beispiel beim Wasser der Fall. Man bezeichnet eine solche flüssigkeit folglich als benetzende Flüssigkeit. Ist jedoch die Kohäsion innerhalb der Flüssigkeit größer, so zieht sich die Flüssigkeit Tropfenförmig zusammen. Am Quecksilber lässt sich dieser Effekt sehr gut erkennen. An vielen Materialien wird mittels einer speziellen Beschichtung die Benetzung herabgesetzt, zum Beispiel bei Regenmänteln. Die Adhäsion zwischen Wasser und Stoff wird verringert, ähnlich passiert es bei den gefetteten Federn einer Ente, die auch im kalten Wasser nicht erfriert, da das Wasser die Federn nicht benetzt.

2.3 Kapillarität

Aufgrund von Kohäsion und Adhäsion kommt es in engen Röhren, auch Kapillare genannt zu einem Anstieg oder einem Absinken der Flüssigkeit innerhalb der Kapillare. Dieser Effekt nennt sich Kapillarität und ist davon abhängig ob es sich bei der Flüssigkeit um eine benetzende oder nicht benetzende Flüssigkeit handelt. Die Flüssigkeitssäule hat die Gewichtskraft:

$$F_G = mg = V\rho g = \pi r^2 h \rho g \tag{3}$$

V: Volumen, ρ : Dichte, h: Steighöhe

Die tragende Randkraft sei:

$$F_R = \sigma 2\pi r \tag{4}$$

Im Gleichgewichtsfall ist die Gewichtskraft der Wassersäule gleich der tragenden Randkraft:

$$F_G = F_R \tag{5}$$

$$\Leftrightarrow \pi r^2 h \rho g = \sigma 2\pi r \tag{6}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{2\sigma}{r\rho g} \tag{7}$$

Man unterscheidet zwischen zwei Fällen, $h > 0$ (Kapillaraszension) und $h < 0$ (Kapillardepression).

Die Kapillaraszension tritt bei Flüssigkeiten auf, die die Oberfläche benetzen, wie z. B. Wasser und Glas. Hier steigt das Wasser im Röhren auf und hat einen konkaven Meniskus. Die Kapillardepression tritt bei nicht benetzenden Flüssigkeiten auf. Beispiele sind Quecksilber auf Glas oder Wasser auf Glas mit eingefetteter Oberfläche. Solche Flüssigkeiten haben im Röhren einen niedrigeren Pegel als in der Umgebung und einen konvexen Meniskus.

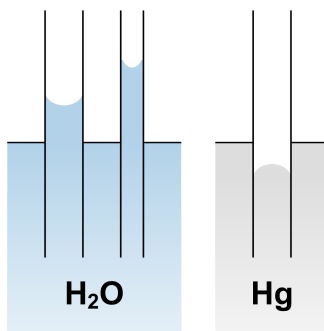


Figure 1: Kapillarität bei Wasser und Quecksilber

Wand und Oberfläche schließen am oberen Ende der der Wassersäule einen Winkel ein, der Teil eines für die Flüssigkeit spezifischen Meniskus ist und durch den sich Aussagen zur Oberflächenspannung treffen lassen. Wo

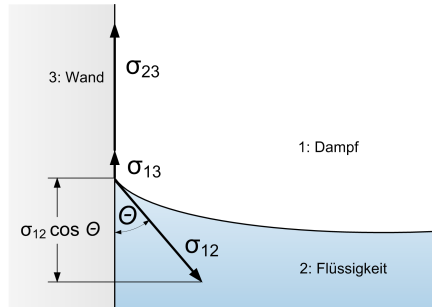


Figure 2: Zusammenhang zwischen Haftspannung und Randwinkel

die Flüssigkeitsoberfläche die Gefäßwand berührt, wirken 3 Randspannungen, diese sind in der Abbildung 2 schematisch dargestellt.

- σ_{12} : Randspannung zwischen Flüssigkeit und ihrem Dampf
- σ_{23} : Spannung am Übergang der Flüssigkeit zur begrenzenden Wand
- σ_{13} : Spannung zwischen fester Grenzfläche und Dampf der flüssigkeit (für gewöhnlich der geringste Anteil)

Die Zeichnung zeigt, dass ein Gleichgewicht gilt, sofern die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\sigma_{23} - \sigma_{13} = -\sigma_{12} \cos \Theta \quad (8)$$

Ist die sogenannte Haftspannung $\sigma_{13} - \sigma_{23}$ größer ist als σ_{12} , so gibt es kein Θ , dass die Gleichung erfüllt. Demzufolge benetzt die Flüssigkeit die Wand der Kapillare bis ganz nach oben. Ist σ_{23} jedoch positiv und größer als σ_{12} , wird die Haftspannung negativ und es folgt $\Theta > 90^\circ$. Der Meniskus ist konvex, da die Flüssigkeit die Wand der Kapillare nicht benetzt. (bei Quecksilber zum Beispiel beträgt Θ 138°). Hier wird auch die Steighöhe kleiner als 0 und somit liegt der Meniskus unterhalb der Quecksilberoberfläche außerhalb der Kapillare. Ist $\Theta < 90^\circ$, so benetzt die Flüssigkeit die Wand und der Meniskus ist konkav.

2.4 Prinzip der Mohrschen Waage

Die Mohrsche Waage dient der Bestimmung der Dichten verschiedener Flüssigkeiten. Durch die Mohrsche Waage kann man die Dichte einer Flüssigkeit relativ zu der bekannten Dichte einer Referenzflüssigkeit angeben. Sie besteht aus einem Waagarm, an den in regelmäßigen Abständen vom Unterstützungspunkt, Gewichte angehängt werden können. Ein Tauchkörper, der am Ende des Waagarms hängt, wird ganz in der Flüssigkeit versenkt und mit Hilfe der Gewichte wird die Waage wieder in horizontaler Lage justiert. Die Position der Gewichte wird notiert. Das gleiche wird für die Referenzflüssigkeit Wasser (dessen Dichte mit $\rho = 1g/mm^3$ bekannt ist (für gewöhnlich wird die Waage als erstes auf Wasser geeicht)). Das Verhältnis der Hebelkräfte ist auch gleichzeitig das Verhältnis der Dichten.

Mit $\sum_j r_j \cdot m_{w,j}$ als dem Drehmoment, das im Referenzmedium Wasser (Dichte $\rho = 1g/cm^3$) für ein Gleichgewicht der Waage sorgt, und $\sum_i r_i \cdot m_{a,i}$ als dem Drehmoment, das selbiges in einem der Probestoffe erzeugt, gilt für die Dichte ρ_a dieses Stoffs:

$$\rho_a = \frac{\sum_i r_i \cdot m_{a,i}}{\sum_j r_j \cdot m_{w,j}} \quad (9)$$

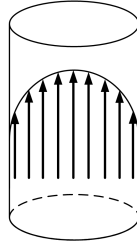


Figure 3: Geschwindigkeitsprofil eines durchströmten Rohres

2.5 Dynamische Viskosität

Die dynamische Viskosität ist ein Maß für die Zähigkeit einer Flüssigkeit. Je größer die Viskosität ist, desto dickflüssiger, d.h. weniger fließfähig ist das Fluid, weil seine Teilchen stärker aneinander gebunden und damit unbeweglicher sind. Man spricht auch von der inneren Reibung.

Strömt eine Flüssigkeit durch ein Rohr, so ist die Geschwindigkeit durch die Reibung an den Wänden des Rohres nicht überall gleich. Der Strömungstyp bestimmt hierbei das Geschwindigkeitsprofil. Wir unterscheiden zwei unterschiedliche Strömungsarten:

1. *Laminare Strömung*: Bei einer laminaren Strömung zeigen alle Geschwindigkeitsvektoren in die gleiche Richtung. An den Wänden beträgt die Geschwindigkeit 0, hier ist die Reibung am größten. Die äußerste, an der Wand haftende Schicht, reibt an der nächsten Schicht und Bremst diese ebenfalls mit, es kommt zu einem parabelförmigen Geschwindigkeitsprofil mit der größten Geschwindigkeit in der Mitte des Rohres
2. *Turbulente Strömung*: In dieser Art der Strömung haben die Geschwindigkeitsvektoren unterschiedliche Richtungen. Es treten Verwirbelungen auf und der Strömungswiderstand wird höher.

Die kritische Reynoldszahl (Re_{krit}) beschreibt den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung, die Reynoldszahl im allgemeinen (nach dem Physiker Osbourne Reynolds) ist eine dimensionslose Kennzahl und gibt Aufschluss über das Fließverhalten, präziser gesagt, den Grad der Turbulenz einer Strömung. Sie ist folgendermaßen definiert:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} \quad (10)$$

mit Dichte ρ , Geschwindigkeit v , Rohrlänge l und Viskosität η

Ein Literaturwert für den kritischen Wert ist schwer auszumachen, da hier sehr viele unterschiedliche Werte zu Tage treten. Ein Wert um 2000 herum taucht jedoch recht häufig auf.

2.6 Das Hagen-Poiseulle-Gesetz

Auf eine laminar strömende Flüssigkeit wirken zwei Kräfte, zum ersten die Reibungskraft:

$$F_R = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}, \quad (11)$$

zum zweiten die Druckkraft:

$$F_P = \pi r^2 (p_1 - p_2). \quad (12)$$

Folglich gilt im Gleichgewicht $F_R = F_P$:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{(p_1 - p_2)}{2\eta l} \quad (13)$$

Durch den Hohlzylinder fließt zwischen r und $r + dr$ der Volumenstrom:

$$d\dot{V} = 2\pi r dr v(r) \quad (14)$$

und durch das ganze Rohr:

$$\dot{V} = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4. \quad (15)$$

Bei Gleichung (15) handelt es sich um das Gesetz von Hagen-Poiseuille, auch das ohmsche Gesetz für laminare Rohrströmung genannt.

Durch wiederholte Trennung der Variablen und Umformung erhält man:

$$\frac{dh}{h} = -\frac{\rho g}{8\eta l r^2} R^4 dt \quad (16)$$

$$\log h = -\frac{\rho g}{8\eta l r^2} R^4 t + c_0 \quad (17)$$

$$h(t) = \exp\left(-\frac{\rho g}{8\eta l r^2} R^4 t + c_0\right) = h_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho g}{8\eta l r^2} R^4 t\right) \quad (18)$$

Diese Gleichung werden wir im Auswertungsteil noch verwenden

3 Durchführung

Da jede unvorgesehene Unebenheit im Glas, sogar winzige Staubkörner oder hängengebliebene Wassertropfen die Messung, das heißt die Steighöhe, verfälschen können, müssen alle Kapillaren vor Versuchsbeginn gewissenhaft mit Lösungsmittel und destilliertem Wasser gereinigt, anschließend mit der Wasserstrahlpumpe getrocknet werden. Anschließend wird der Durchmesser jeder der drei Kapillaren mit dem Meßmikroskop mindestens dreimal bestimmt.

3.1 Teil A - Kapillarität

Es stehen drei Flüssigkeiten bereit Wasser, Äthylenglycol und Methylalkohol. Alle drei Flüssigkeiten müssen in den Versuch mit eingehen. Zunächst werden mit Hilfe der Mohrschen Waage ihre Dichten bestimmt, anschließend taucht man nacheinander die drei Versuchskapillaren in die Flüssigkeit und zieht sie heraus bis zur Oberfläche. Pro Kapillare wird der Höhenunterschied h_{Kap} mindestens dreimal gemessen. Alle notwendigen Meßdaten werden auf Papier festgehalten.

3.2 Teil B - Viskosität

Zunächst werden das Volumen des Glasgefäßes zwischen den Strichmarken 50 und 45, sowie die Länge der Kapillaren und die Temperatur des Wassers T_W gemessen und festgehalten.

1. Die Ausflusszeit t_A des destillierten Wassers zwischen den Strichmarken 45 und 50 für alle drei Kapillaren mit Hilfe der Stoppuhr wird gemessen.
2. Nun wird die Ausflusszeit $t(h)$ in Abhängigkeit von der Höhe h der Wassersäule im Glaszylinder gestoppt. Dies wird nur für die Kapillare mit dem kleinsten Durchmesser durchgeführt, jedoch müssen mindestens 10 Meßwerte festgehalten werden, damit die Abhängigkeit von $t(h)$ deutlich wird.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung von Oberflächenspannungen (1.)

Für die Steighöhe h einer Flüssigkeit mit der Oberflächenspannung σ und der Dichte ρ in einer Kapillare mit dem Radius r gilt:

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g} .$$

Aus der gemessenen Steighöhe kann umgekehrt auf die Oberflächenspannung zurückgeschlossen werden:

$$\sigma = \frac{r\rho gh}{2} .$$

Für den Fehler $\Delta\sigma$ gilt:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\rho gh}{2}\right)^2 \cdot (\Delta r)^2 + \left(\frac{rgh}{2}\right)^2 \cdot (\Delta\rho)^2 + \left(\frac{r\rho g}{2}\right)^2 \cdot (\Delta h)^2} .$$

Es sei kurz darauf hingewiesen, dass hier für den Fehler der Buchstabe Δ statt des sonst üblichen σ verwendet wird, um eine Verwechslung mit der Oberflächenspannung zu verhindern.

Für die **Berechnung der Dichte** der verschiedenen Flüssigkeiten wurde die Mohrsche Wage verwendet. Die folgende Tabelle zeigt die Positionen und Massen der Ausgleichsgewichte, die für das Herstellen des Gleichgewichts nötig waren. Die Einheit des Abstands eines Gewichts von der Drehachse ist unerheblich, da sie sich bei der Auswertung herauskürzt.

Abstand	Massen für Wasser	Massen für Methanol	Massen für Ethylenglykol
1	-	500 mg	-
2	5000 mg	5000 mg	-
3	-	-	-
4	-	-	5000 mg
5	500 mg	500 mg	500 mg
6	500 mg	5000 mg	5000 mg
7	5000 mg	-	500 mg
8	-	-	-
9	-	-	-
10	(Probekörper)	(Probekörper)	(Probekörper)

Mit $\sum_j r_j \cdot m_{w,j}$ als dem Drehmoment, das im Referenzmedium Wasser (Dichte $\rho = 1g/cm^3$) für ein

Gleichgewicht der Waage sorgt, und $\sum_i r_i \cdot m_{a,i}$ als dem Drehmoment, das selbiges in einem der Probestoffe erzeugt, gilt für die Dichte ρ_a dieses Stoffes:

$$\rho_a = \frac{\sum_i r_i \cdot m_{a,i}}{\sum_j r_j \cdot m_{w,j}} .$$

Bei der Genauigkeit der Dichtebestimmung gehen wir von $\Delta\rho = 0,01g/cm^3$ aus. Dieser Wert ergibt sich aus der Abweichung des Ergebnisses, wenn ein Ausgleichsgewicht der Masse $0,5g$ um eine Einheit zu nah oder zu weit weg von der Drehachse angebracht wird.

Damit ergibt sich für die Dichten:

Methanol: $\rho_M = 0,850(10) g/cm^3$ Ethylenglykol: $\rho_E = 1,109(10) g/cm^3$

Der Literaturwert für ρ_M ist $0,79g/cm^3$, der für ρ_E ist $1,11g/cm^3$ (Quelle: <http://de.wikipedia.org>). Der letzte Wert ist sehr zufriedenstellend, der erste leider nicht. Da die Methanol-Messung nach der mit Ethylenglykol durchgeführt wurde, können wir uns die große Abweichung vom erwarteten Wert nur dadurch erklären, dass sie von der vorigen Messung beeinflusst wurde, obwohl wir dies zu verhindern versucht haben. Im Folgenden wird dennoch der gemessene Wert verwendet.

Nun wird die **Oberflächenspannung** von Wasser, Methanol und Ethylenglykol berechnet. Es wurden die Steighöhen h in drei Kapillaren verschiedenen Durchmessers d_K , die ebenfalls ermittelt wurden, bestimmt. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse dieser Messungen mit den daraus resultierenden Werten für die Oberflächenspannungen σ_W , σ_M bzw. σ_E (jw. in N/m):

Kapillare	Wasser	Methanol	Ethylenglykol
$d_K = 0,973(4) mm$	$h = 23,8(5) mm$ $\Rightarrow \sigma_W = 8,68(13) 10^{-2}$	$h = 14,5(5) mm$ $\Rightarrow \sigma_M = 2,94(11) 10^{-2}$	$h = 19,0(6) mm$ $\Rightarrow \sigma_E = 5,03(17) 10^{-2}$
$d_K = 1,173(15) mm$	$h = 21,7(4) mm$ $\Rightarrow \sigma_W = 6,24(14) 10^{-2}$	$h = 10,3(4) mm$ $\Rightarrow \sigma_M = 2,5(11) 10^{-2}$	$h = 14,5(3) mm$ $\Rightarrow \sigma_E = 4,63(12) 10^{-2}$
$d_K = 1,893(7) mm$	$h = 8,8(2) mm$ $\Rightarrow \sigma_W = 4,08(10) 10^{-2}$	$h = 6,7(4) mm$ $\Rightarrow \sigma_M = 2,64(16) 10^{-2}$	$h = 8,2(6) mm$ $\Rightarrow \sigma_E = 4,22(31) 10^{-2}$

Damit ergeben sich mit Hilfe des gewichteten Mittelwerts die folgenden Ergebnisse für die Oberflächenspannungen:

Wasser: $\sigma_W = 7,78(2) 10^{-2} N/m$ Methanol: $\sigma_M = 3,88(4) 10^{-2} N/m$ Ethylenglykol: $\sigma_E = 4,71(1) 10^{-2} N/m$

Die Literaturwerte (Quelle: <http://de.wikipedia.org>):

Wasser: $7,28 10^{-2} N/m$

Methanol: $2,26 10^{-2} N/m$

Ethylenglykol: $3,14 10^{-2} N/m$

Die Abweichung des Größe der Oberflächenspannung von Methanol σ_M ist vor allem auf die Ungenauigkeit

des oben bestimmten Werts für die Dichte ρ_M zurückzuführen. Die Rechnung mit dem Literaturwert ergibt $\sigma'_M = 2,51(1) \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$.

4.2 Bestimmung der Viskosität von Wasser (2.)

Für den Volumenstrom \dot{V} einer Flüssigkeit mit der Viskosität η durch ein Rohr mit dem Radius R , an dessen Enden die Drücke p_1 und p_2 herrschen, gilt:

$$\dot{V} = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4 \quad .$$

Die Viskosität ergibt sich bei bekanntem Volumenstrom somit aus:

$$\eta = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\dot{V}l} R^4 \quad .$$

Für drei Kapillaren unterschiedlichen Durchmessers d_K und Länge l_K , die am unteren Ende eines großen Glasgefäßes angebracht wurden, wurde die Zeit t gemessen, in der sich die Wassersäule von der 50cm- bis zur 45cm-Marke absenkte (also $\Delta s = 0,050(1)m$). Daraus lässt sich die Menge Wasser ermitteln, die pro Zeiteinheit durch die Kapillare strömt, denn dort ist der Volumenstrom genauso groß wie im Glasgefäß. Für diesen Volumenstrom gilt:

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \pi r_G^2 \cdot \frac{\Delta s}{t} \quad .$$

Aus der Messung, dass in dem Glasgefäß die Säule von 100ml Wasser eine Höhe von 25,4cm hat, errechnet sich ein Radius r_G von 1,1(1)cm. Wir nehmen vereinfachend an, dass der Druck, den die Luft durch die Kapillare auf die Wassersäule ausübt, vernachlässigt werden kann und somit $p_2 = 0$ ist. Für p_1 , dem Druck, den die Gewichtskraft der Wassersäule erzeugt, gilt mit der Dichte $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ von Wasser:

$$p_1 = \rho g h \quad .$$

Während sich der Druck strenggenommen stetig ändert, während sich die Wassersäule absenkt, können wir hier für h den Mittelwert der Anfangs- und der Endhöhe einsetzen, da es linear in das Ergebnis eingeht. Es gilt also $h = 47,5\text{cm}$.

Zusammenfassend ergibt sich für die Viskosität η :

$$\eta = \frac{\rho g h t}{8l \cdot r_G^2 \Delta s} R^4 \quad ,$$

und für den Fehler ihrer Angabe:

$$\Delta \eta = \sqrt{\left(\frac{\rho g t R^4}{8l \cdot r_G^2 \Delta s} \cdot \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\rho g h t R^3}{2l \cdot r_G^2 \Delta s} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\rho g h t R^4}{8l^2 \cdot r_G^2 \Delta s} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\rho g h t R^4}{4l \cdot r_G^3 \Delta s} \cdot \Delta r_G\right)^2 + \left(\frac{\rho g h t R^4}{8l \cdot r_G^2 \Delta s^2} \cdot \Delta(\Delta s)\right)^2} \quad ,$$

wobei gilt: $R = \frac{1}{2}d_K$.

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse für die Viskosität η :

Kapillare	Strömung
$d_K = 0,973(4) \text{ mm}$ $l_K = 23,17(2) \text{ cm}$	$t = 69,83(48) \text{ s}$ $\Rightarrow \eta = 0,001625(299) \text{ Pa s}$
$d_K = 1,173(15) \text{ mm}$ $l_K = 22,98(2) \text{ cm}$	$t = 21,56(14) \text{ s}$ $\Rightarrow \eta = 0,001069(196) \text{ Pa s}$
$d_K = 1,893(7) \text{ mm}$ $l_K = 22,77(4) \text{ mm}$	$t = 5,93(6) \text{ s}$ $\Rightarrow \eta = 0,002012(369) \text{ Pa s}$

Der gewichtete Mittelwert ergibt:

$$\eta = 0,001364(48) \text{ Pa s}$$

Der Literaturwert der Viskosität von Wasser beträgt $\eta = 0,001002 \text{ Pa s}$ (Quelle: Praktikumsskript, "Das Physikalische Praktikum", Peter Schaaf).

4.3 Bestimmung der Viskosität von Wasser (3.)

Bei einer Kapillare mit dem Durchmesser $d_K = 0,973(4) \text{ mm}$ und der Länge $l_K = 23,17(2) \text{ cm}$ wurde die Ausflusszeit in Abhängigkeit von der Höhe h der Wassersäule mit dem Radius $r_G = 1,1(1) \text{ cm}$ gemessen. Mit der Gesetzmäßigkeit

$$h(t) = h_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho g R^4}{8\eta l r_G^2} t\right)$$

kann darüber ebenfalls die Viskosität bestimmt werden, wenn bei der Auswertung der Messdaten die Höhe halblogarithmisch über der Zeit aufgetragen werden:

$$\ln(h(t)) = \underbrace{\ln(h_0)}_{\text{Y-Achsenabschnitt}} + \underbrace{\left(-\frac{\rho g R^4}{8\eta l r_G^2}\right)}_{\text{Steigung}} \cdot t ,$$

denn dann gilt für die Steigung $\kappa = -\frac{\rho g R^4}{8\eta l r_G^2}$, woraus für die Viskosität wiederum folgt:

$$\eta = -\frac{\rho g R^4}{8\kappa l r_G^2} .$$

Der Fehler berechnet sich aus:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\rho g R^3}{2\kappa l r_G^2} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\rho g R^4}{8\kappa^2 l r_G^2} \cdot \Delta\kappa\right)^2 + \left(\frac{\rho g R^4}{8\kappa l^2 r_G^2} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\rho g R^4}{4\kappa l r_G^2} \cdot \Delta r_G\right)^2 .}$$

Mit dem Wert $m = -0,00158(2)$ ergibt das somit für die Viskosität:

$$\eta = 0,001551(33) \text{ Pa s}$$

Verglichen mit dem bereits erwähnten Literaturwert von $\eta = 0,001002(48) \text{ Pa s}$ weist auch dieses Ergebnis eine Abweichung auf, die leider nicht im Toleranzbereich liegt.

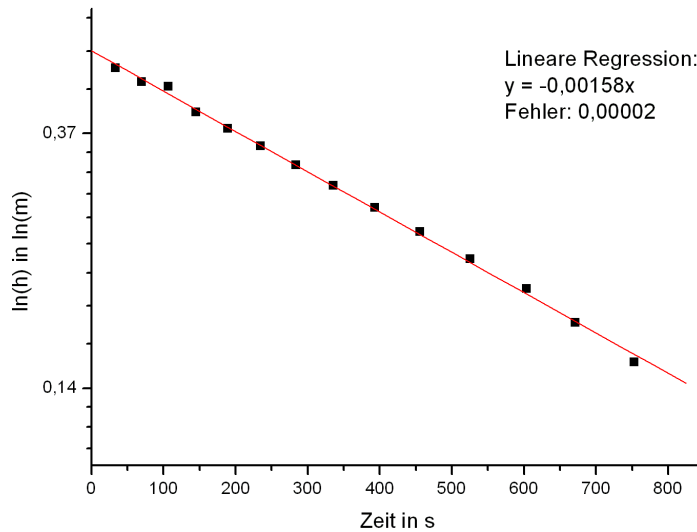


Figure 4: Logarithmus der Höhe der Wassersäule in Abhängigkeit von der Zeit

5 Diskussion

Die Endergebnisse weisen starke Fehler auf, die wir uns in diesem Versuch nur teilweise erklären können. Bei der Bestimmung der Oberflächenspannung unserer Versuchsflüssigkeiten schleichen sich schnell statistische sowie systematische Fehler ein. Eine nicht gewissenhaft gereinigte Kapillare kann durch Staubpartikel und sogar durch hängenbleibende Wassertröpfchen das Endergebnis stark verfälschen. Auch die Skala der Kapillaren bietet viel Angriffsfläche für ungenaues Ablesen. Sogar die eigentliche Durchführung kann durch unvorsichtige Handlungen, sogar durch zittrige Hände des Praktikanten einem großen Fehler unterworfen sein. Die Steighöhe innerhalb der Kapillare hängt auch mit der Entfernung von unterem Ende der Kapillare zur Wasseroberfläche ab, handelt man hier also ungenau und zieht die Kapillare nicht ganz bis zur Oberfläche hoch, liefert dies in der Auswertung des Versuchs von der Norm abweichende Werte. Da ein Praktikant meißt eine sichere Fehlerquelle ist und der Praktikant in diesem Versuchsteil fast alles selber macht, fällt es hier auch leicht, einen grob verfälschtes Ergebnis hinzunehmen.

Schwerer fällt diese Betrachtung allerdings für die Bestimmung der Viskosität, in der der Praktikant nicht mehr tut, als die Stoppuhr zu bedienen. Zwar resultiert aus der grundsätzlichen Reaktionszeit des Praktikanten zumeist ein Fehler, jedoch dürfte dieser nicht so groß sein. Da wir während des Versuchs kein Wasser aus der Verbindung von Glaskolben und Kapillare keinen Austritt von Wasser bemerkten, lässt sich im Nachhinein nur schwer darüber urteilen, worin die Ursache des Fehlers liegt. Sicherlich kann hier auch eine Verschmutzung der Kapillare einer von vielen Gründen sein, auch eine zu fehlerbehaftete Messung des Kapillarendurchmessers ist sicherlich nicht ohne Folgen für das Ergebnis, ob dies alles jedoch eine derartige Abweichung hervorrufen kann ist fraglich. Wahrscheinlich handelt es sich auch hier um die Summe aller kleineren Fehlerquellen.